ПРАКТИКАЛЫҚ САБАҚ №3

Векторлар, Векторларға сызықты амалдар қолдану. Векторлардың скалярлық көбейту қасиеттері

1. Берілген $\boldsymbol{a}$ және $\boldsymbol{b}$ арқылы келесі сызықтық комбинацияларды сал: а) $2\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$; *б)* $\boldsymbol{a} - 3\boldsymbol{b}$; *в)* $\frac{1}{3}\boldsymbol{a} + \frac{1}{2}\boldsymbol{b}$; *г)* $-3\boldsymbol{a} - \frac{1}{2}\boldsymbol{b}$.

2. $\boldsymbol{a} = (3,-2,6)$ және $\boldsymbol{b} = (-2,1,0)$ векторлары берілген. $2\boldsymbol{a}-\frac{1}{3}\boldsymbol{b}$; $\frac{1}{3}\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$; $2\boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{b}$ векторларының координаталарын тап *(Жауабы: (20/3,-13/3,12); (3,-5/3,2); (0,-1,12).)*

3. $\boldsymbol{a} = (1,1,2)$, $\boldsymbol{e_1} = (2,2,-1)$, $\boldsymbol{e_2} = (0,4,8)$, $\boldsymbol{e_3} = (-1,-1,3)$ векторлары қандай да бір базисте берілген. $\boldsymbol{e_1}, \boldsymbol{e_2}, \boldsymbol{e_3}$ векторлары базис құрайтындығын дәлелде және осы базисте $\boldsymbol{a}$ векторының координаталарын тап . (Жауабы: $\boldsymbol{a} = (1,0,1)$.)

4. a = (3,-5,8) және b = (-1,1,-4) векторлары арқылы құралған параллелограммның диагоналдарының ұзындықтарын тап. Жауабы: $|a+b| = 6,\ |a-b| = 14.$)

5. $\overrightarrow{AB} = (2,6,-4)$ және $\overrightarrow{AC} = (4,2,-2)$ векторлары ABC үшбұрышының қабырғаларын анықтайды. C төбесінен түсірілген медианамен беттесетін $\overline{CD}$ векторының ұзындығын тап. (Жауабы: $|\overrightarrow{CD}| = \sqrt{10}.$)

6. $\boldsymbol{a}$ = (-3,0,4) және $\boldsymbol{b}$ = (5,2,14) векторларының арасындағы бұрыштың биссектрисасы бойымен бағытталған $\boldsymbol{c}$ векторының координаталарын тап. (Жауабы: $\boldsymbol{c} = \lambda(-2,1,13), \lambda > 0.$)

7. **a** (-1, 2, 0) және **j** (0, 1, 0) векторлары берілген. Cos **(a^j)** есепте. (Жауабы: 2/√5).

8. **a** және **b** векторлары өзара перпендикуляр, |**a**| = 3, |**b**| = 4. |**ab**|; |(**a+b**)(**a-b**)|; |(3 **a-b**)(**a-2b**)| есепте. (Жауабы: 12; 24; 60).

9. A(1, 1, 1), B(2, 3, 4), C(4, 3, 2) төбелерінің координаталарымен берілген ABC үшбұрышының ауданын тап. (Жауабы: 2√6).

10. |**a**| =10, |**b**| = 2, **a·b** = 12 берілген. | **ab** | есепте. (Жауабы: 16).

11. Материалық нүктені A (-1, 2, 0) нүктесінен B (2, 1, 3) нүктесіне қозғалту кезінде істелінген **F** = **i** + 2**j** + **k** күшінің жұмысын тап. (Жауабы: 4).

12. **x** векторы $\mathbf{a_1}$ (2, 3, -1) және $\mathbf{a_2}$ (1, -2, 3) векторларына перпендикуляр және мына теңдікті қанағаттандырады **x** (2**i**–**j**+**k**) = - 6. **x** векторының координатасын тап. **(**Жауабы : **x** (-3, 3, 3)**).**

13. $\mathbf{a_1}$, $\mathbf{a_2}$, $\mathbf{a_3}$ векторлары оң үштікті құрайды және өзара перпендикуляр, |$\mathbf{a_1}$ | = 4 , |$\mathbf{a_2}$| = 2 , |$\mathbf{a_3}$ | = 3. $\mathbf{a_1}\,\mathbf{a_2}\,\mathbf{a_3}$ есепте. (Жауабы: 24).

14. **a** (0, 3, 4), **b** (2, 1, 3) векторлары берілген және **a**^ **b** = φ = π/4. $пр_{\mathbf{b}}\mathbf{a}$ есепте. **(**Жауабы: 5√2/2**).**

Есеп 15: Пирамиданың төбелері берілген: $A(1,2,3)$, $B(0,-1,1)$, $C(2,5,2)$, $D(3,0,-2)$.

Табу керек:

1. BAC бұрышын;
2. ABC үшбұрышының ауданын;

3. Пирамида көлемін.

Шешімі: $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$ векторларын табалық:

$$\overline{AB}=(0-1,\ -1-2,\ 1-3)=(-1,-3,-2),\quad \overline{AC}=(1,3,-1),\quad \overline{AD}=(2,-2,-5)$$

1. $$\cos\alpha=\frac{\overline{AB}\cdot\overline{AC}}{\left|\overline{AB}\right|\left|\overline{AC}\right|}=\frac{-1\cdot 1+(-3)\cdot 3+(-2)\cdot(-1)}{\sqrt{(-1)^2+(-3)^2+(-2)^2}\cdot\sqrt{1^2+3^2+(-1)^2}}=\frac{-8}{\sqrt{14}\cdot\sqrt{11}}.$$

2. $$\overline{AB}\times\overline{AC}=\begin{vmatrix}\bar{i} & \bar{j} & \bar{k}\\ -1 & -3 & -2\\ 1 & 3 & -1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}-3 & -2\\ 3 & -1\end{vmatrix}\cdot\bar{i}-\begin{vmatrix}-1 & -2\\ 1 & -1\end{vmatrix}\cdot\bar{j}+\begin{vmatrix}-1 & -3\\ 1 & 3\end{vmatrix}\cdot\bar{k}=9\bar{i}-3\bar{j}=(9,-3,0).$$

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}\left|\overline{AB}\times\overline{AC}\right|=\frac{1}{2}\sqrt{81+9}=\frac{9\sqrt{10}}{2}.$$

3. $$\overline{AB}\cdot\overline{AC}\cdot\overline{AD}=\begin{vmatrix}-1 & -3 & -2\\ 1 & 3 & -1\\ 2 & -2 & -5\end{vmatrix}=24.$$